Thèmes : Mesures et incertitudes
Cours 1 : Mesures et incertitudes
(version professeur)

B.O. Mesures et incertitudes.
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique. Incertitude-type. Incertitudes-types composée. Écriture du résultat. Valeur de référence

Capacité numérique : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur ou d'un langage de programmation. Simuler, à l'aide d'un langage de programmation, un processus aléatoire illustrant la détermination de la valeur d'une grandeur avec incertitudes types composées.

I. Chiffres significatifs.

Règles pour les chiffres significatifs d'une valeur écrite en notation scientifique (mantisse x 10^{exposant}).

Il y a quatre règles pour déterminer les chiffres significatifs :

1. Les chiffres significatifs ne concernent que la mantisse.
2. Les chiffres différents de zéro sont toujours significatifs.
3. Les zéros à gauche ne sont jamais significatifs.
4. Les zéros à droite sont toujours significatifs.

Soit la masse m = 1,660540 × 10^{-27} kg. Ce nombre est correctement écrit en notation scientifique et il comporte 7 chiffres significatifs.

Soit une substance chimique en solution de concentration centimolaire : cette concentration molaire suivant qu'elle est écrite C = 0,01 mol.L^{-1} ou C = 0,0100 mol.L^{-1} ***n'a pas la même précision*** puisque dans le premier cas cela signifie qu'elle est connue avec 1 chiffre significatif et dans le deuxième cas avec 3.

II. Incertitude absolue et incertitude relative.

1. Définitions.

De façon générale, soit une grandeur X à mesurer (ou à calculer à partir d'autres grandeurs mesurées) :
X = Xe ± U_X
Xe est ***l'estimation de la grandeur X***,
U_X est ***l'incertitude absolue sur Xe*** : elle a la même unité que X et signifie que : ***Xe - U_X ≤ X ≤ Xe + U_X***
$\frac{U_X}{X_e}$: est ***l'incertitude relative sur Xe*** : elle n'a pas d'unité (100 × $\frac{U_X}{X_e}$: donne l'incertitude relative en pourcentage)

U_X dépend de l'instrument de mesure, des conditions opératoires.
U (uncertainty)

2. Règles d'écriture

En notation scientifique, la valeur estimée et l'incertitude absolue d'une grandeur doivent être écrites avec la même puissance de 10 (et la même unité !) (et un nombre de chiffres significatifs cohérents). Généralement on prend un chiffre significatif.

Exemples : C = (1,00 ± 0,02) x 10^{-2} mol.L^{-1} h = (1,70 ± 0,01) m ....

III. Estimateur de l'incertitude d'une grandeur.

1. Lors d'un mesurage comportant *N* mesures.

Exprimer le résultat d'un mesurage dans le cas où l'on possède un échantillon de N mesures $(x_1, ..., x_n)$ du mesurande X (Estimations de type A)

1. **Estimer la valeur du mesurande X**
Le meilleur estimateur $\hat{x}$ de la valeur vraie est la moyenne arithmétique $\bar{x}$ de l'échantillon :

$$\hat{x} = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

2. **Estimer l'écart-type σ_X**
Le meilleur estimateur $\hat{\sigma}_X$ de l'écart-type est l'écart-type expérimental de l'échantillon s_X :

$$\hat{\sigma}_X = s_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

3. **Estimer l'incertitude type u_X**
Le meilleur estimateur $\hat{u}_X$ de l'incertitude-type est l'écart-ype expérimental de la moyenne $s_{\bar{x}}$:

$$\hat{u}_X = s_{\bar{x}} = \frac{s_X}{\sqrt{N}}$$

4. **Choisir un facteur d'élargissement k**
On prendra généralement $k = t_N^{95\%}$ où $t_N^{95\%}$ est le coefficient de Student pour un niveau de confiance de 95% avec un échantillon de N mesures

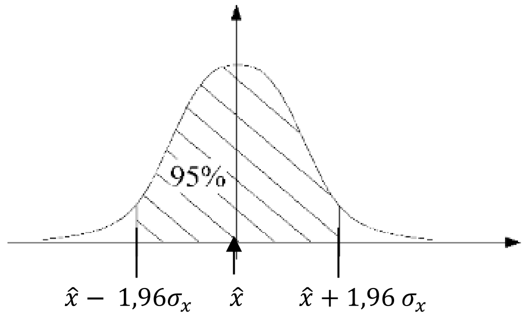
5. **Exprimer l'incertitude U_X**

$$U_X = k.\hat{u}_X$$

Exemples :

- Plusieurs mesures de pesée d'un même corps effectuées par *N* d'élèves avec une même balance.
- Une série de *N* mesures d'indice de réfraction réalisées par un même élève.

Signification de l'écart-type :



Si l'on fait une mesure, cela signifie qu'elle a 95% de chance de se trouver dans l'intervalle $[\hat{x} - 1{,}96\sigma_x\,;\,\hat{x} + 1{,}96\,\sigma_x]$

Remarque : Les calculs de moyenne et d'écart-type seront réalisés sur un tableur (Excel ou Regressi) ou sur votre calculatrice.

Coefficients de Student

N	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{95\%}$	12,7	4,3	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,26
$t_{99\%}$	63.7	9,93	5,84	4,6	4,03	3,71	3,5	3,36	3.25

N	12	14	16	18	20	30	50	100	∞
$t_{95\%}$	2,2	2,16	2,13	2,11	2,09	2,04	2,01	1,98	1.96
$t_{99\%}$	3,11	3,01	2.95	2.9	2,86	2,76	2,68	2,63	2.57

On écrira les résultats (en gardant au plus 2 chiffres significatifs pour l'incertitude) sous la forme :

$$X_{exp} = \hat{x} \pm U_x$$

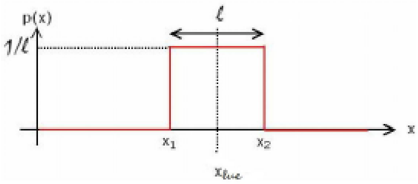
L'incertitude exprimée est l'incertitude élargie avec un coefficient d'élargissement *k* associé à un niveau de confiance 95%.

2. Lors du mesurage avec une seule mesure.

Exprimer le résultat d'un mesurage dans le cas où l'on ne possède qu'une seule mesure du mesurande X
(Estimations de type B)

1. **Estimer la valeur du mesurande X :**
   Le meilleur estimateur $\hat{x}$ de la valeur vraie est la valeur donnée par l'appareil de mesure x_{lue}

2. **Choisir une loi de probabilité :**
   En l'absence d'information spécifique, on considère généralement une loi de probabilité rectangulaire de largeur ℓ centrée autour de x_{lue}



3. **Estimer l'incertitude type u_X**
   Le meilleur estimateur $\hat{u}_X$ de l'incertitude-type est l'écart-type σ_X correspondant à la loi de probabilité choisie.
   Pour une loi de probabilité rectangulaire,

$$\hat{u}_X = \sigma_X = \frac{\ell}{\sqrt{12}}$$

4. **Choisir un facteur d'élargissement k.**
   Par convention, on prend généralement un coefficient d'élargissement $k = 2$

5. **Exprimer l'incertitude U_X**

$$U_X = k.\hat{u}_X$$

Exemples :

- Mesure unique d'une longueur d'un objet.
- Mesure unique d'une durée d'un événement.

DM1 bis : D'où provient ce « racine de

Attention : Si on effectue une mesure à l'aide d'une règle graduée dont la plus petite graduation est 1,0 mm, alors l'incertitude type sera égale à :

$$\hat{u}_x = \sqrt{2 \times \left(\frac{l}{\sqrt{12}}\right)^2} \text{ soit } \hat{u}_x = \sqrt{2} \times \frac{l}{\sqrt{12}}$$

Vous appliquerez la relation fournie selon l'exercice.

chiffres significatifs pour l'incertitude) sous la forme :

$$X_{\text{exp}} = \hat{x} \pm U_x$$

L'incertitude exprimée est l'incertitude élargie avec un coefficient d'élargissement k associé à un niveau de confiance 95%.

3. Calcul d'une incertitude-type composée

3.1. Méthode de la propagation des incertitudes.

Cette méthode est utilisée dans le cas, par exemple de la détermination de l'incertitude sur une vitesse v déterminée à partir d'une mesure de longueur L et de durée Δt : $v = \frac{L}{\Delta t}$
ou encore pour la détermination de la concentration d'une solution à partir de concentration et de volumes : $C_1 = \frac{C_2 \cdot V_2}{V_1}$

Exprimer le résultat d'un mesurage dans le cas où la grandeur recherchée n'est pas directement mesurée (Calcul d'une incertitude composée)

On dispose des meilleurs estimateurs $\hat{g}_1, ..., \hat{g}_N$ des grandeurs $G_1, ..., G_N$ obtenus de manières indépendantes ainsi que des meilleurs estimateurs des incertitudes-types $\hat{u}_{G_1}, ..., \hat{u}_{G_N}$ (obtenus par des estimations de type A ou B selon les cas).
De plus, la relation entre X et les grandeurs $G_1, ..., G_N$ est donnée par $X = f(G_1, ..., G_N)$

1. **Estimer la valeur du mesurande X :**
   Le meilleur estimateur $\hat{x}$ de la valeur vraie de X est obtenu en appliquant la relation $X = f(G_1, ..., G_N)$ aux meilleurs estimateurs :

$$\hat{x} = f(\hat{g}_1, ..., \hat{g}_N)$$

2. **Calculer $\hat{u}_X$ le meilleur estimateur de l'incertitude-type u_X :**
   Il est calculé à l'aide d'une relation de propagation :

$$\left.\begin{array}{l} X = a_1 G_1 + a_2 G_2 \\ X = a_1 G_1 - a_2 G_2 \end{array}\right\} \hat{u}_X = \sqrt{a_1^2 \hat{u}_{G_1}^2 + a_2^2 \hat{u}_{G_2}^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} X = G_1 G_2 \\ X = \dfrac{G_1}{G_2} \end{array}\right\} \frac{\hat{u}_X}{\hat{X}} = \sqrt{\left(\frac{\hat{u}_{G_1}}{\hat{G}_1}\right)^2 + \left(\frac{\hat{u}_{G_2}}{\hat{G}_2}\right)^2}$$

   et à l'aide d'un logiciel dans le cas général

3. **Choisir un facteur d'élargissement k.**
   Par convention, on prend généralement un coefficient d'élargissement $k = 2$

4. **Exprimer l'incertitude U_X**

$$U_X = k.\hat{u}_X$$

Le logiciel GUM_MC permet de calculer les propagations d'incertitudes.

<u>Exemple de calcul pour une vitesse</u> :

L'incertitude sur la durée est $\hat{u}_t$ = 0,01 s et l'incertitude sur la longueur est $\hat{u}_L$ = 0,001 m
La longueur parcourue est égale $\hat{L} = 10{,}00$ m et la durée est égale à $\widehat{\Delta t} = 2{,}00$ s
La vitesse a pour expression $V = \frac{L}{\Delta t}$

L'incertitude-type sur la vitesse est égale à : $\hat{u}_V = \hat{V} \cdot \sqrt{\left(\frac{u_t}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{L}\right)^2}$

$\hat{u}_V = 5{,}00 \cdot \sqrt{\left(\frac{0{,}01}{2{,}00}\right)^2 + \left(\frac{0{,}001}{10{,}00}\right)^2}$
$\hat{u}_V = 2{,}50 \times 10^{-2}$ m
On applique ensuite le coefficient d'élargissement k = 2 si on souhaite déterminer l'incertitude U_V

3.2. A l'aide d'un langage de programmation (Python – Méthode de Monte Carlo), simuler un processus aléatoire illustrant la détermination de la valeur d'une grandeur avec incertitudes-types composées.

Cette partie sera traitée en DM. (Voir feuille annexe en fin de cours)

IV. Acceptabilité d'un résultat.

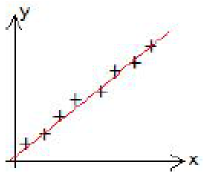
Afin de comparer la valeur expérimentale avec une valeur de référence, on utilisera le quotient $\frac{|m_{mesurée} - m_{référence}|}{u(m)}$ où $\hat{u}$(m) est l'incertitude-type associée au résultat comme critère principal comparatif. Si ce quotient est inférieur ou égal à 2, on peut considérer que la mesure acceptable. $\frac{|m_{mesurée} - m_{référence}|}{u(m)} \leq 2$

V. Validation d'une loi.

Exprimer le résultat d'un mesurage dans le cas où l'on possède N couples (x_i, y_i) (Utilisation de la méthode des moindres carrés avec Regressi)

1. **Entrer l'ensemble des données (x_i, y_i) dans le logiciel et tracer le graphe de y_i en fonction de x_i**

2. **Choisir un type de loi Y = f(X)**



3. **Estimer les paramètres de la modélisation**
   Exectuer une modélisation pour obtenir $\hat{a}$ le meilleur estimateur de la pente pour un modèle linéaire (et $\hat{b}$ le meilleur estimateur de l'ordonnée à l'origine pour un modèle affine)

4. **Valider la pertinence du modèle choisi**
   Vérifier graphiquement que les résidus $(f(x_i) - x_i)$ prennent bien des valeurs aléatoires en fonction de x_i

Exemple :

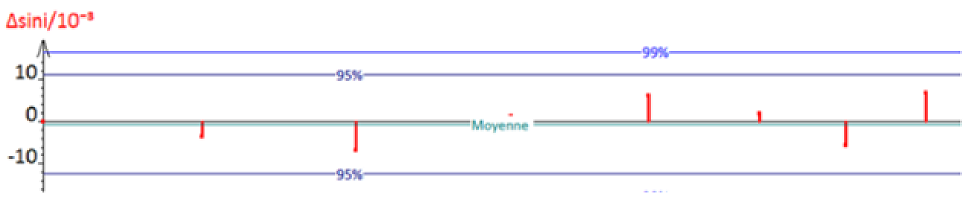
- Vérification de la validité de la seconde loi de Descartes sur la réfraction
  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

- On trace le graphique sin $i_2 = f(\sin i_1)$
  On choisit le modèle fonction linéaire

- A l'aide du logiciel Regressi, on détermine la pente.
  On vérifie que le coefficient de corrélation est supérieur à 98%.

- On affiche les « résidus »
  On vérifie qu'ils sont aléatoirement répartis (Pour afficher les résidus sur Regressi : cliquer droit sur la partie grise sur le côté gauche de l'écran et choisir « afficher les résidus ».

Résidus :



Activités

Bac Asie 2016

Pour déterminer la valeur *v* de la vitesse de déplacement d'un chariot, une élève, à l'aide d'un chronomètre, mesure la durée mise par le chariot pour se déplacer d'une distance *d* = 30,0 ± 0,5 cm.
Elle réalise plusieurs chronométrages dont les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Mesure n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Durée τ (en s)	2,08	2,05	2,06	2,13	2,08	2,07	2,09	2,05	2,08	2,09

Dans les conditions de l'expérience :

- L'écart-type sur la durée est σ_{n-1} = 2,35 × 10^{-2} s
- L'incertitude sur la durée se calcule avec la formule $U(\tau)=\dfrac{2,26\times\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$, où *n* est le nombre de mesures réalisées.
- L'incertitude relative sur la valeur de la vitesse est $\dfrac{U(v)}{v}=\sqrt{\left(\dfrac{U(\tau)}{\tau}\right)^2+\left(\dfrac{U(d)}{d}\right)^2}$

Dans le cas de cette expérience, déterminer la valeur de la vitesse de déplacement du chariot, notée v_{exp1} et exprimer le résultat en prenant en compte l'incertitude associée.

Correction

Calcul de la vitesse du chariot : $v_{exp1}=\dfrac{d}{\tau}$ avec $\bar{\tau}=2,078\text{ s}$ (moyenne de τ sur n = 10 mesures, non arrondie car résultat intermédiaire).

$$v_{exp1}=\frac{30,0\times10^{-2}}{2,078}=0,144\text{ m.s}^{-1}$$

Calcul de l'incertitude $U(\tau)=\dfrac{2,26\times\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ avec n = 10 et $\sigma_{n-1}=2,35\times10^{-2}\text{ s}$

$$U(\tau)=\frac{2,26\times2,35\times10^{-2}}{\sqrt{10}}=1,7\times10^{-2}\text{s}$$ **= 2 × 10^{-2} s**

Calcul de l'incertitude $U(v_{exp1})=v_{exp1}\cdot\sqrt{\left(\dfrac{U(\tau)}{\tau}\right)^2+\left(\dfrac{U(d)}{d}\right)^2}$

$$U(v_{exp1})=0,144\times\sqrt{\left(\frac{2\times10^{-2}}{2,078}\right)^2+\left(\frac{0,5}{30,0}\right)^2}=0,00278\approx0,003\text{ m.s}^{-1}$$

Ainsi $v_{exp1}=(0,144\pm0,003)\text{ m.s}^{-1}$ ou $0,141\text{ m.s}^{-1}\leq v_{exp1}\leq0,147\text{ m.s}^{-1}$.

Bac Polynésie 2014

On lit sur l'étiquette d'un sachet de détartrant à destination des cafetières ou des bouilloires :

Détartrant poudre : élimine le calcaire déposé dans les tuyaux de la machine. *Formule : 100% acide citrique, non corrosif pour les parties métalliques.* *Contenance : 40,0 g.*

Afin de vérifier l'indication de l'étiquette du détartrant, on dissout le contenu d'un sachet dans un volume *V* d'eau distillée égal à 2,00 L. La solution ainsi obtenue est notée S.
On réalise alors le titrage pH-métrique d'une prise d'essai V_A = 10,0 mL de la solution S par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium, ($Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$), de concentration molaire égale à $C_B = (1{,}00 \pm 0{,}02) \times 10^{-1}$ mol.L^{-1}.
Lors du dosage, on trouve un volume équivalent V_{eq} =31,0 mL.
L'incertitude Δp sur le pourcentage en masse *p* est donnée par la relation

$$\Delta p = p\sqrt{\left(\frac{\Delta C_B}{C_B}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_{eq}}{V_{eq}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_A}{V_A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2}$$

La précision relative de la verrerie étant de 0,5 % et celle sur le volume équivalent estimée à 1 %, déterminer l'incertitude relative sur le pourcentage en masse *p* avec *p* = 99,2 %

Le résultat obtenu pour le pourcentage en masse *p* est-il en cohérence avec l'étiquette ?

Correction

L'incertitude relative a pour expression : $\frac{U(p)}{p} = \sqrt{\left(\frac{U(C_B)}{C_B}\right)^2 + \left(\frac{U(V_{éq})}{V_{éq}}\right)^2 + \left(\frac{U(V_A)}{V_A}\right)^2 + \left(\frac{U(V)}{V}\right)^2}$

$$\frac{U(p)}{p} = \sqrt{\left(\frac{0{,}02 \times 10^{-1}}{1{,}00 \times 10^{-1}}\right)^2 + (0{,}01)^2 + (0{,}005)^2 + (0{,}005)^2}$$

$\frac{U(p)}{p}$ = 0,02 donc U(p) = p ×0,02 = 99,2 × 0,02 = 2 %

Le sachet indique 100% d'acide citrique ce qui est cohérent avec p = 99,2 $\pm$ 2 %

Annexe
DM sur la méthode de Monte Carlo

Il existe une autre méthode permettant de s'affranchir du calcul des incertitudes composées.
Il s'agit de la méthode de Monte Carlo utilisant un programme Python.

L'objectif est de simuler des processus aléatoires qui permettent la détermination de la valeur de différentes grandeurs avec incertitudes-types composées

Source :https://cache.media.eduscol.education.fr/file/2019-Mesure_incertitudes/60/1/GRIESP_Tle_Beer_Lambert_Monte_Carlo_1207601.pdf

<u>Expérience</u> : Des élèves effectuent une préparation de deux solutions en vue d'un dosage.

Pour cela, ils disposent d'une solution, notée S_0, préparée selon le protocole suivant :

- On obtient tout d'abord une solution mère S_m par dissolution de m = 297,0 mg de bleu patenté V (M = 582,66 g.mol-1) dans une fiole jaugée de V_{f1} = 1,0000 L.
- On prélève, avec une pipette jaugée, V_p = 10,00 mL de solution mère S_m, que l'on dilue dans une fiole jaugée de V_{f2} = 250,0 mL. On obtient ainsi la solution S_0.

1. Calculer la concentration C_m en quantité de matière de la solution mère S_m et C_0 de la solution S_0.

$$C_m = \frac{m}{M \cdot V_{f1}} = \frac{0{,}2970}{582{,}66 \times 1{,}0000} = 5{,}097 \times 10^{-3}\ \text{mol.L}^{-1}$$
$$C_0 = \frac{C_m \cdot V_p}{V_{f2}} = \frac{5{,}097 \times 10{,}00}{0{,}2500} = 2{,}039 \times 10^{-2}\ \text{mol.L}^{-1}$$

2. On veut calculer les incertitudes-type des concentrations C_0 et C_m dont les expressions sont :
$C_0 = \frac{C_m \cdot V_p}{V_{f2}}$ et $C_m = \frac{m}{M \cdot V_{f1}}$
On constate que C_0 dépend de C_m, le calcul des incertitudes-composés est dans ce cas plus complexe.

La méthode de Monte-Carlo permet d'étudier la variabilité de C_m et C_0 sans avoir besoin d'utiliser des formules de composition d'incertitudes.

Cette variabilité est expliquée par différentes incertitudes qui s'accumulent tout au long du protocole : incertitudes de la pesée, de la masse molaire et de la fiole jaugée pour la dissolution ; incertitudes de la pipette jaugée et de la deuxième fiole jaugée pour la dilution.

On prendra (évaluation des incertitudes-type par une autre approche que statistique - type B) :

- pesée : d'après la notice de la balance, on prendra u(m) = 1 mg ;
- masse molaire : u(M) = 0,01 g.mol-1 (dernier chiffre significatif, incertitude négligeable) ;
- fiole jaugée : u(Vf1) = 0,0008 L (à lire sur la fiole jaugée) ;
- pipette jaugée : u(Vp) = 0,02 mL (à lire sur la pipette jaugée) ;
- fiole jaugée : u(Vf2) = 0,3 mL (à lire sur la fiole jaugée).
- burette graduée : u(V1) = u(V2) = 0,05 mL (à lire sur la burette graduée)

Un jeu de données (m, M, V_{f1}, Vp, V_{f2}) est tiré au sort (tirage avec écarts-types connus, loi normale) pour calculer C_m et C_0. La procédure est répétée un grand nombre de fois. On calcule les moyennes et les écarts-types $u(C_m)$, $u(C_0)$.

Utiliser le programme INCTYP1 (à la fin de DM) afin de déterminer les valeurs des incertitudes-types.

Programme Python INCTYP1

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot
#Renvoie une valeur aléatoire de la variable L[0] d'incertitude-type L[1]
def Alea(L):
 tirage=np.random.normal() #Tirage entre -infini et +infini (loi normale)
 return L[0]+L[1]*tirage
##############################################################################
#Entrées
m=[297.e-3,1.e-3]
M=[582.66,0.01]
Vf1=[1.0000,0.0008]
Vp=[10.00e-3,0.02e-3]
Vf2=[250.0e-3,0.3e-3]
#Calcul de Cm et C0
Cm=m[0]/(M[0]*Vf1[0])
C0=Cm*Vp[0]/Vf2[0]
##############################################################################
#Méthode de Monte Carlo pour trouver l'incertitude sur Cm et C0
#sans composition des incertitudes
LCm,LC0=[],[]
iteration=100000
for i in range(iteration):
 AleaCm=Alea(m)/(Alea(M)*Alea(Vf1))
 AleaC0=AleaCm*Alea(Vp)/Alea(Vf2)
 LCm.append(AleaCm)
 LC0.append(AleaC0)
MoyCm=sum(LCm)/iteration
MoyC0=sum(LC0)/iteration
uCm=(1/(iteration-1)*sum((np.array(LCm)-MoyCm)**2.))**0.5
uC0=(1/(iteration-1)*sum((np.array(LC0)-MoyC0)**2.))**0.5
##############################################################################
#Affichage
print('Calcul de Cm :',Cm)
print('Moyenne des Cm :',MoyCm)
print('u(Cm) :',uCm)
pyplot.hist(LCm, range = (0.000505, 0.000515), bins = 50, color = 'blue',
edgecolor = 'black')
pyplot.xlabel('Cm (mol/L)')
pyplot.ylabel('effectif')
pyplot.title('Pour 100 000 iterations')
pyplot.show()
print('Calcul de C0 :',C0)
print('Moyenne des C0 :',MoyC0)
print('u(C0) :',uC0)
pyplot.hist(LC0, range = (2.0e-5, 2.1e-5), bins = 50, color = 'blue',
edgecolor = 'black')
pyplot.xlabel('C0 (mol/L)')
pyplot.ylabel('effectif')
pyplot.title('Pour 100 000 iterations')
pyplot.show()
##############################################################################
```

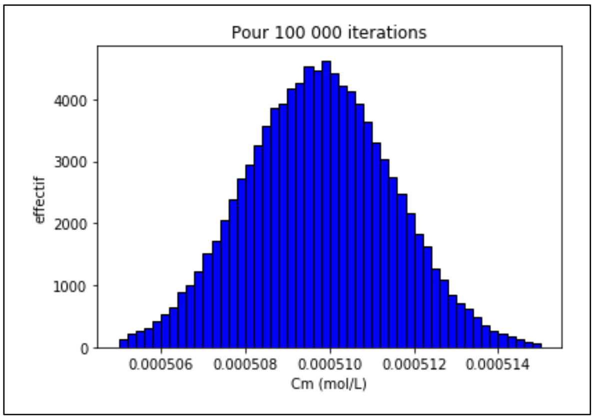
Exploitation des résultats

1. Afficher les histogrammes obtenus ainsi que les valeurs des concentrations et des incertitudes-type
2. Ecrire des résultats sous la forme $C = [\bar{C} \pm u(C)] \times 10^{-n}$ avec un chiffre significatif pour les incertitudes-type.

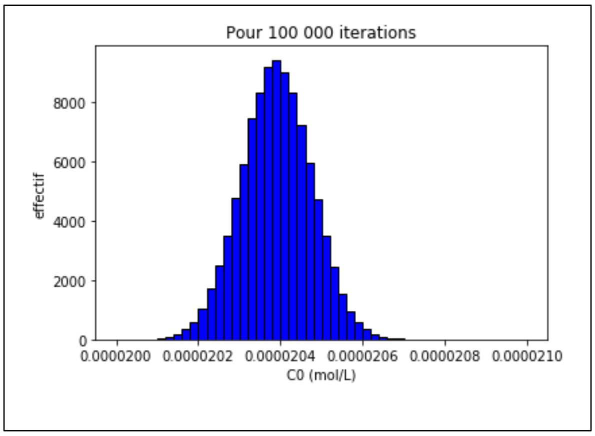
Réponses :

1. Résultats obtenus

Calcul de C_m : 0.0005097312326227989 mol.L^{-1}
Moyenne des C_m : 0.0005097335016024325 mol.L^{-1}
$u(C_m)$: 1,762982803552685 × 10^{-6} mol.L^{-1}



Calcul de C_0 : 2.0389249304911954 × 10^{-5} mol.L^{-1}
Moyenne des C : 2.038943593865876 × 10^{-5} mol.L^{-1}
$u(C_0)$: 8,497832418097028 × 10^{-8} mol.L^{-1}



2. $C_m = (510 \pm 2) \times 10^{-6}$ mol.L^{-1}
   $C_0 = (2\,039 \pm 9) \times 10^{-8}$ mol.L^{-1}

Analyse du programme :

1. D'après le programme, quelles sont les expressions des concentrations C_0 et C_m
2. Combien de fois, la procédure a-t-elle été répétée dans le programme ?
3. Quelle est la fonction de la ligne de programme « tirage=np.random.normal() #Tirage entre -infini et +infini (loi normale) » ?
4.

Réponses :

1. les expressions sont : $C_0 = \frac{C_m \cdot V_p}{V_{f2}}$ et $C_m = \frac{m}{M \cdot V_{f1}}$
2. La procédure a été répétée 100 000 fois.
3. La ligne de programme sert à générer des nombres aléatoires depuis une loi normale centrée réduite (ou loi normale standard) en python.